



Desain Sistem Kendali PID pada Tinggi Permukaan Cairan dengan Metode Root Locus

Design of PID Control System for Liquid Surface Height Using Root Locus Method

Iskandar Azis

*Department of Mechanical Engineering, Universitas Almuslim Bireun Aceh
Jl. Almuslim, Matang Glumpang Dua, Paya Cut, Kab. Bireuen, Aceh 24261, Indonesia*

*Received 11 October 2016; Revised 09 February 2017; Accepted 11 March 2017, Published 11 April 2017
<http://dx.doi.org/10.21063/JTM.2017.V7.1-13>*

Academic Editor: Asmara Yanto (asmarayanto@yahoo.com)

*Correspondence should be addressed to iskandarazis12@gmail.com
Copyright © 2017 I. Azis. This is an open access article distributed under the [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).*

Abstract

Control of the liquid surface height at a plant requires a system of control. The design of the control system requires a method of completion for height control system capable of controlling the liquid level remains stable at the desired level, namely the level of 8 and 10. The purpose of this research is to design a control system on a high surface of the liquid with PID control and implement methods of Root Locus. In this study, the liquid surface height of plant to be controlled ie MISO plant with two tanks. Root locus method has been able to control the high liquid level in the tank 1 with PID control parameters $K_p = 58.27$, $K_d = 0.5$. While high liquid level in the tank 2, PID control parameters are $K_p = 75.7$, $K_d = 5$. High surface of the liquid in the know stabilized by providing high varisi disruption of the liquid surface is high melibihi SP and under high-SP into PID control system.

Keywords: PID, control systems, high fluid level, root locus

1. Pendahuluan

Kestabilan merupakan hal penting dalam sistem kendali linear. Kestabilan sebuah sistem ditentukan oleh tanggapannya terhadap masukan atau gangguan. Sistem yang stabil adalah sistem yang tetap dalam diam bila tidak di ransang oleh sumber luar dan akan kembali diam jika semua ransangan dihilangkan [1-3].

Metode Root-Locus digunakan untuk memetakan akar-akar dari persamaan karakteristik, dimana dengan metode ini akar-akar persamaan karakteristik digambarkan / diplot untuk semua nilai parameter sistem. Karena penggambaran root locus berada pada bidang s, sehingga sangat berguna untuk analisa kestabilan [4-7].

Penelitian ini bertujuan untuk mendesain dan menganalisis suatu tinggi permukaan cairan dengan menggunakan metode tempat kedudukan akar dengan memakai kendali PID

agar sistem dapat stabil, serta dapat menggambarkan diagram root locus menggunakan simulasi matlab.

Dengan pengendalian menjadikan tinggi permukaan cairan tetap stabil sehingga debit air yang keluar lebih efisien. Pada penelitian ini, penulis juga merancang kendali PID pada tinggi permukaan cairan 2 input dengan menggunakan metode root locus untuk menentukan kestabilan sistemnya.

2. Materi dan Metode

A. Sistem Permukaan Zat Cair Resistansi dan Kapasitansi Sistem Permukaan Zat Cair

Resistansi untuk aliran zat cair dalam pipa atau hambatan didefinisikan sebagai perubahan dalam perbedaan tinggi (perbedaan permukaan zat cair dalam dua tangki) yang diperlukan

untuk membuat satu satuan perubahan laju aliran, yaitu:

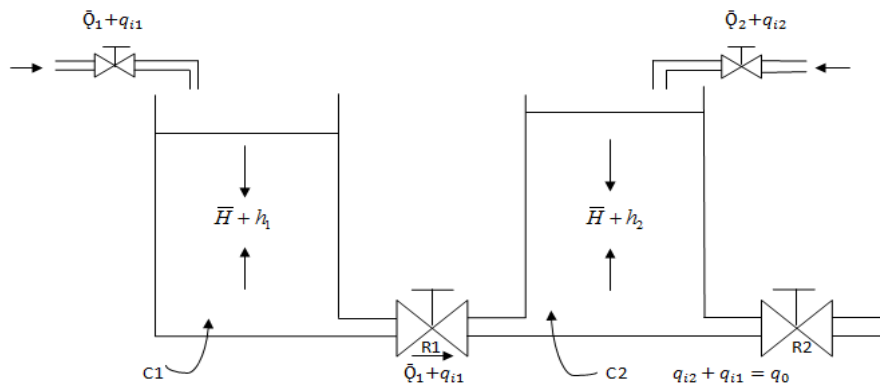
$$R = \frac{\text{perubahan perbedaan permukaan, m}}{\text{perubahan laju aliran, m}^3/\text{sec}} \quad (1)$$

Kapasitansi C dari tangki didefinisikan sebagai besar perubahan cairan yang diperlukan untuk

membuat perubahan potensial sebesar satu satuan.

$$C = \frac{\text{perubahan cairan yang disimpan, m}^3}{\text{perubahan potensial, m}} \quad (2)$$

Kapasitas sebuah tangki sama dengan luas permukaannya. Jika luas permukaan konstan, maka kapasitansi juga konstan [1].



Gambar 1. Sistem permukaan cairan dengan interaksi [1].

Tinjau sistem pada Gambar 1 dengan variabel didefinisikan sebagai berikut:

- \bar{Q}_1 = Laju keadaan tunak tangki 1
- \bar{Q}_2 = Laju keadaan tunak tangki 2
- \bar{H}_1 = Tinggi permukaan zat cair tangki 1
- \bar{H}_2 = Tinggi permukaan zat cair tangki 2
- h_1 = Penyimpangan kecil permukaan zat cair pada keadaan tunak tangki 1
- h_2 = Penyimpangan kecil permukaan zat cair pada keadaan tunak tangki 2
- C_1 = Kapasitas tangki 1
- C_2 = Kapasitas tangki 2
- q_1 = Penyimpangan kecil laju aliran keluar tangki 1
- q_2 = Penyimpangan kecil laju aliran keluar tangki 2
- R = Resistansi

B. Sistem Kendali

Sistem kendali merupakan kombinasi dari beberapa komponen yang bekerja bersama-sama dan melakukan suatu sasaran tertentu.

Kendali berfungsi mengatur masukan (*input*) untuk memperoleh keluaran (*output*) yang diinginkan. Sistem kendali ini secara umum terdiri dari tiga bagian yaitu input, proses dan output.

1) Open loop (loop terbuka)

Sistem kendali loop terbuka adalah proses pengendali dimana variabel input mempengaruhi output yang dihasilkan. Suatu sistem kontrol yang keluarannya tidak berpengaruh terhadap aksi pengontrolan.

2) Close loop (loop tertutup)

Sistem kendali loop tertutup adalah suatu proses pengendalian dimana variabel yang dikendalikan (*output*) di sensor secara kontinu, kemudian dibandingkan dengan besaran acuan. Sinyal *error* yang merupakan selisih dari sinyal masukan dan sinyal umpan balik (*feedback*), lalu di umpankan pada komponen pengendalian (*controller*) untuk memperkecil kesalahan sehingga nilai keluaran sistem semakin mendekati harga yang diinginkan..

C. Kontrol Proporsional Integral Derivatif (PID)

Kontrol PID merupakan controller untuk menentukan kepresisian suatu sistem instrumentasi dengan karakteristik adanya umpan balik (*feed back*) pada sistem tersebut. Kombinasi dari aksi kontrol proporsional, integral dan turunan disebut aksi kontrol integral ditambah integral ditambah turunan. Persamaan dengan tiga kombinasi ini diberikan oleh:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \cdot T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3)$$

Atau fungsi alihnya

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4)$$

Dengan K_p penguatan proporsional, T_i waktu integral, dan T_d waktu turunan.

Keuntungan-keuntungan kontroler PID:

- P : Memperbaiki respon transien.
- I : Menghilangkan *error steady state*.
- D : Memberikan efek redaman.

D. Metode Root Locus

Root Locus (tempat kedudukan akar) merupakan suatu metode dengan menggambarkan akar-akar persamaan karakteristik untuk semua nilai dari suatu parameter sistem.

Harga *pole* (kutub) dan harga *zero* (nol)

Analisa kestabilan suatu sistem kendali tidak selalu mudah dilakukan dalam wawasan waktu dan pada umumnya dilakukan dalam daerah

frekuensi (ω). Jika suatu fungsi alih dituliskan dalam bentuk

$$F(S) = \frac{S^2 + AS + B}{S^3 + CS^2 + DS + E} \quad (5)$$

diubah menjadi bentuk

$$F(S) = \frac{(S+a)(S+b)}{(S+c)(S+d)(S+e)} \quad (6)$$

Maka, yang dimaksud dengan harga *zero* (nol) fungsi tersebut adalah harga-harga dari S yang mengakibatkan $F(S) = 0$, yang dalam hal ini adalah $S = -a$ dan $S = -b$, sedangkan harga *pole* (kutub) adalah harga S yang menyebabkan $F(S) = \infty$ yaitu $S = -c$, $S = -d$ dan $S = -e$.



Gambar 2. Penggambaran Bidang-s [1].

Prosedur penggambaran *root locus*

1. Letakkan pole-pole dan zero-zero loop terbuka pada bidang s.
2. Tentukan root locus pada sumbu nyata.
 - Syarat Sudut :

$$\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ (2k + 1)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$
 - Ambil titik test: Bila jumlah total pole dan zero di kanan titik ini ganjil, maka titik tersebut terletak di root locus.
3. Tentukan asimtot Root locus :
 - Banyaknya asimtot = $\eta_p - \eta_z$
 η_p = banyaknya pole loop terbuka
 η_z = banyaknya zero loop terbuka
 - Sudut-sudut asimtot = $\frac{\pm 180^\circ (2k+1)}{\eta_p - \eta_z}$
 $k = 0, 1, 2, \dots$
 - Titik pusat asimtot pada sumbu nyata :

$$CG = \frac{\sum p(\text{jumlah pole}) - \sum z(\text{jumlah zero})}{\eta_p - \eta_z}$$
 - Tentukan titik *break-away*,
 Untuk persamaan karakteristik
 $B(s) + KA(s) = 0$
 Maka titik-titik tersebut harus berada di Root Locus dan memenuhi persamaan

$$\frac{dK}{ds} = \frac{B'(s)A(s) - B(s)A'(s)}{A^2(s)} = 0$$

- Tentukan sudut berangkat (θ_D) dengan
 $\theta_D = 180^\circ + \text{Arg GH}$

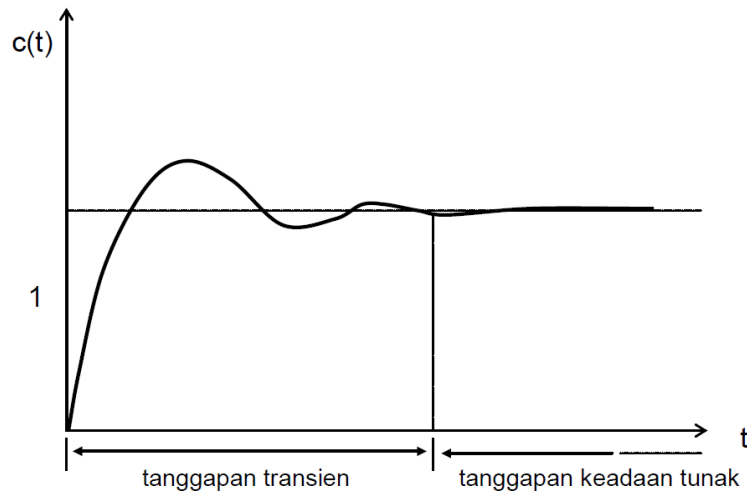
E. Tanggapan sistem

Tanggapan sistem atau respon sistem adalah perubahan perilaku output terhadap perubahan sinyal input. Respon sistem berupa kurva ini akan menjadi dasar untuk menganalisa karakteristik sistem selain menggunakan persamaan / model matematika. Bentuk kurva respon sistem dapat dilihat setelah mendapatkan sinyal input. Sinyal input yang diberikan untuk mengetahui karakteristik sistem disebut sinyal test. Respon sistem terbagi dalam dua domain / kawasan yaitu domain waktu (*time response*) dan domain frekuensi (*frequency response*).

Tanggapan waktu (*time response*) dari suatu sistem kontrol dibagi menjadi dua bagian : tanggapan transien (*transient response*) dan tanggapan keadaan tunak (*steady-state response*). Tanggapan transien berlangsung dari saat mulai hingga tanggapan sistem mencapai

nilai akhir yang diinginkan (*final state*). Tanggapan keadaan tunak dimulai pada saat tanggapan mulai pertama kali mendekati nilai akhir hingga waktu yang tak terhingga. Tanggapan transien digunakan untuk menganalisa sifat naik atau permulaan dari

suatu sistem bila diberikan sinyal uji. Sedangkan tanggapan keadaan tunak digunakan untuk menganalisa karakteristik sistem pada saat mencapai harga akhirnya.



Gambar 3. Tanggapan transien dan tanggapan keadaan tunak [1].

1) Sistem orde 1

Secara umum fungsi transfer sistem orde-satu dapat dinyatakan dalam bentuk standar sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (7)$$

Dimana K adalah penguatan proses dan τ adalah konstanta waktu.

Respon tangga satuan sistem orde 1

Karena transformasi Laplace dari fungsi masukan tangga satuan adalah $1/s$, dengan mensubstitusi $R(s) = 1/s$ ke dalam Persamaan (2.13), diperoleh

$$C(s) = \frac{1}{T_s + 1} \frac{1}{s} \quad (8)$$

Dengan menguraikan $C(s)$ menjadi pecahan parsial, diperoleh

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{T}{T_s + 1} \quad (9)$$

Dengan melakukan transformasi Laplace balik, diperoleh

$$c(t) = 1 - e^{-t/T} \quad (t \geq 0) \quad (10)$$

Persamaan (10) menyatakan bahwa keluaran $c(t)$ mula-mula nol kemudian akhirnya menjadi satu [2].

2) Sistem orde 2

Secara umum fungsi transfer sistem orde-dua dapat dinyatakan dalam bentuk standar sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n \xi s + \omega_n^2} \quad (11)$$

Dimana ω_n adalah frekuensi natural dan ξ adalah rasio redaman (*damping ratio*).

Untuk nilai ξ yang bervariasi, didapatkan kasus-kasus yang berbeda, yaitu:

1. Untuk nilai $\xi : 0 < \xi < 1$, tanggapan sistem yang dihasilkan disebut tanggapan redaman kurang (*under damped*).
2. Untuk nilai $\xi = 1$, tanggapan sistem yang dihasilkan disebut tanggapan redaman kritis (*critical damped*).
3. Untuk nilai $\xi > 1$, tanggapan sistem yang dihasilkan disebut tanggapan redaman lebih (*over damped*).

Spesifikasi Tanggapan Transien

Spesifikasi tanggapan transien dalam domain waktu yang dimaksud adalah:

1. Waktu Tunda (*delay time*), t_d : Adalah waktu yang diperlukan oleh tanggapan untuk mencapai setengah nilai akhir untuk pertama.
2. Waktu Naik (*rise time*), t_r : Adalah waktu yang dibutuhkan untuk naik dari 10% - 90%, 5% - 95%, atau 0% - 100% dari nilai akhir dari tanggapan. Untuk kasus *under damped*, biasanya digunakan kriteria

0% - 100%. Untuk kasus *over damped*, biasanya digunakan kriteria 10% - 90%.

3. Waktu Puncak (*peak time*), t_p :

Adalah waktu yang dibutuhkan tanggapan untuk mencapai nilai puncak dari *overshoot* pertama kali.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (12)$$

4. *Overshoot* Maksimum (*maximum overshoot*), M_p :

Adalah nilai puncak maksimum dari tanggapan yang diukur dari nilai akhir dari nilai tanggapan. Biasanya dirumuskan dalam persentase :

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% \quad (13)$$

5. Waktu *Settling* (*settling time*), t_s :

Adalah waktu yang dibutuhkan tanggapan untuk mencapai nilai akhir dari tanggapan dan tetap berada pada nilai tersebut dalam range persentase tertentu dari nilai akhir (biasanya 5% atau 2%).

Untuk kriteria 2% , diperoleh $t_s = 4/\sigma$

Untuk kriteria 5% , diperoleh $t_s = 3/\sigma$

F. Disain Sistem

Berdasarkan pada Gambar 1, diperoleh persamaan matematis untuk tangki-1 adalah

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{i1} - q_1 \quad (14)$$

$$q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1} \quad (15)$$

Persamaan (15) disubstitusikan ke persamaan (14) menghasilkan

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{i1} - \left(\frac{h_1 - h_2}{R_1} \right)$$

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{i1} - \frac{h_1}{R_1} + \frac{h_2}{R_1}$$

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{C_1} q_{i1} - \frac{1}{R_1 C_1} h_1 + \frac{1}{R_1 C_1} h_2 \quad (16)$$

Dan persamaan matematis untuk tangki-2 adalah

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_{i2} + q_1 - q_0 \quad (17)$$

$$q_0 = \frac{h_2}{R_2} \quad (18)$$

Persamaan (18) disubstitusikan ke persamaan (17) menghasilkan

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_{i2} + \left(\frac{h_1 - h_2}{R_1} \right) - \frac{h_2}{R_2}$$

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_{i2} + \frac{h_1}{R_1} - \frac{h_2}{R_1} - \frac{h_2}{R_2}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{C_2} q_{i2} + \frac{1}{R_1 C_2} h_1 - \frac{1}{R_1 C_2} h_2 - \frac{h_2}{R_2 C_2} \quad (19)$$

Definisi variabel keadaan:

$$\frac{dh_1}{dt} = \dot{x}_1 \Rightarrow h_1 = x_1$$

$$u_1 = q_{i1}$$

$$y_1 = x_1$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \dot{x}_2 \Rightarrow h_2 = x_2$$

$$u_2 = q_2$$

$$y_2 = x_2$$

Dari persamaan (16) dan Persamaan (19) diperoleh

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{1}{R_1 C_1} h_1 + \frac{1}{R_1 C_1} h_2 + \frac{1}{C_1} q_{i1}$$

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{R_1 C_1} x_1 + \frac{1}{R_1 C_1} x_2 + \frac{1}{C_1} u_1 \quad (20)$$

dan

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{R_1 C_2} h_1 - \frac{1}{R_1 C_2} h_2 - \frac{1}{R_2 C_2} h_2 + \frac{1}{C_2} q_{i2}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{R_1 C_2} h_1 - \left(\frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) h_2 + \frac{1}{C_2} q_{i2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_2 R_1} x_1 - \left(\frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) x_2 +$$

$$\frac{1}{C_2} u_2 \quad (21)$$

Persamaan (20) dan (21) dibentuk menjadi matriks

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R_1} & \frac{1}{C_1 R_1} \\ \frac{1}{C_2 R_1} & -\frac{1}{C_2 R_1} - \frac{1}{C_2 R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Dengan

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1 R_1} & \frac{1}{C_1 R_1} \\ \frac{1}{C_2 R_1} & -\frac{1}{C_2 R_1} - \frac{1}{C_2 R_2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

diperoleh

$$G(s) = C(SI - A)^{-1} B + D \quad (24)$$

Dengan

$$[SI - A] = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1R_1} & \frac{1}{C_1R_1} \\ \frac{1}{C_2R_1} & -\frac{1}{C_2R_1} - \frac{1}{C_2R_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S + \frac{1}{C_1R_1} & -\frac{1}{C_1R_1} \\ -\frac{1}{C_2R_1} & S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} \end{bmatrix}$$

$$[SI - A]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} & \frac{1}{C_1R_1} \\ \frac{1}{C_2R_1} & S + \frac{1}{C_1R_1} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} S + \frac{1}{C_1R_1} & -\frac{1}{C_1R_1} \\ -\frac{1}{C_2R_1} & S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} & \frac{1}{C_1R_1} \\ \frac{1}{C_2R_1} & S + \frac{1}{C_1R_1} \end{bmatrix}}{S^2 + \left(\frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}$$

$$[SI - A]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2}}{S^2 + \left(\frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} & \frac{\frac{1}{C_1R_1}}{S^2 + \left(\frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} \\ \frac{\frac{1}{C_2R_1}}{S^2 + \left(\frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} & \frac{S + \frac{1}{C_1R_1}}{S^2 + \left(\frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} \end{bmatrix}$$

$$C[SI - A]^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2}}{C_1S^2 + \left(\frac{C_1}{C_2R_1} + \frac{C_1}{C_2R_2} + \frac{1}{R_2}\right)S + \frac{1}{C_2R_1R_2}} & \frac{\frac{1}{C_1R_1}}{C_2S^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1R_1R_2}} \\ \frac{\frac{1}{C_2R_1}}{C_1S^2 + \left(\frac{C_1}{C_2R_1} + \frac{C_1}{C_2R_2} + \frac{1}{R_2}\right)S + \frac{1}{C_2R_1R_2}} & \frac{S + \frac{1}{C_1R_1}}{C_2S^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1R_1R_2}} \end{bmatrix}$$

diperoleh fungsi alih dalam bentuk sistem orde 2

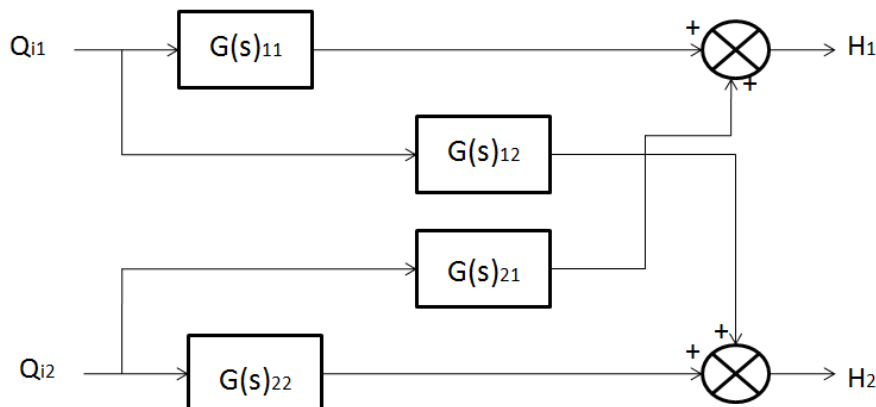
$$G(s)_{11} = \frac{S + \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2}}{C_1S^2 + \left(\frac{C_1}{C_2R_1} + \frac{C_1}{C_2R_2} + \frac{1}{R_2}\right)S + \frac{1}{C_2R_1R_2}}, \quad G(s)_{11} = \frac{H_1}{Q_{i1}} \quad (25)$$

$$G(s)_{12} = \frac{\frac{1}{C_1R_1}}{C_2S^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1R_1R_2}}, \quad G(s)_{12} = \frac{H_2}{Q_{i1}} \quad (26)$$

$$G(s)_{21} = \frac{\frac{1}{C_2R_1}}{C_1S^2 + \left(\frac{C_1}{C_2R_1} + \frac{C_1}{C_2R_2} + \frac{1}{R_2}\right)S + \frac{1}{C_2R_1R_2}}, \quad G(s)_{21} = \frac{H_1}{Q_{i2}} \quad (27)$$

$$G(s)_{22} = \frac{S + \frac{1}{C_1R_1}}{C_2S^2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1R_2}\right)S + \frac{1}{C_1R_1R_2}}, \quad G(s)_{22} = \frac{H_2}{Q_{i2}} \quad (28)$$

Dari Persamaan (25), (26), (27) dan (28) dapat dibentuk blok diagram sistem MIMO sebagai berikut



Gambar 4. Blok diagram rangkaian fungsi alih sistem MIMO

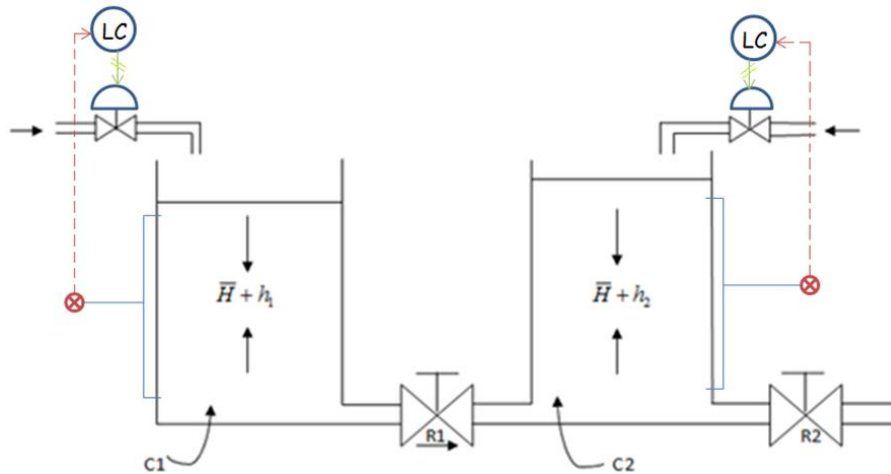
G. Perancangan Sistem Kendali

Perancangan simulasi sistem dibagi menjadi 2, yaitu pemodelan sistem dan perancangan program untuk kestabilan sistem. Perancangan program untuk kestabilan sistem menggunakan

program MATLAB 7.5 buatan *The Mathwork*. Pada aplikasi program MATLAB ini digunakan beberapa sub program, yaitu MATLAB *Command Window* dan MATLAB *Simulink*.

Sistem Kendali dimodelkan seperti pada Gambar 5. Untuk dapat mengendalikan sistem pada Gambar 5 perlu dilakukan perhitungan

matematis pada plant tersebut dan menentukan parameter-parameter kendali PID.



Gambar 5. Perancangan sistem kendali pada plant

Berdasarkan data tangki pada lampiran, untuk nilai kapasitas atau volume tangki diperoleh dari nilai t dan d, nilai parameter t dan d diketahui yaitu:

- tinggi tangki, $t = 3.5 \text{ m}$,
 - diameter tangki, $d = 6.5 \text{ m}$, $r = 3.25 \text{ m}$,
- maka volume = $\pi r^2 t = 3.14(3.25)^2(3.5) = 116.082 \text{ m}^3 \approx 116.1 \text{ m}^3$, sehingga nilai untuk kapasitas kedua tangki dianggap sama yaitu C_1 dan $C_2 = 116.1 \text{ m}^3$.

Untuk mencari nilai parameter R_1 dan R_2 , perlu diketahui atau ditentukan dahulu nilai dari parameter h_1 , h_2 , q_1 dan q_2 . Dimana nilai parameter tersebut yaitu:

$$h_1 = 3 \text{ m}$$

$$q_1 = 1 \frac{\text{L}}{\text{detik}} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ open vale } 75\%$$

$$h_2 = 3.2 \text{ m}$$

$$q_1 = 10 \frac{\text{L}}{\text{detik}} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ open valve } 50\%$$

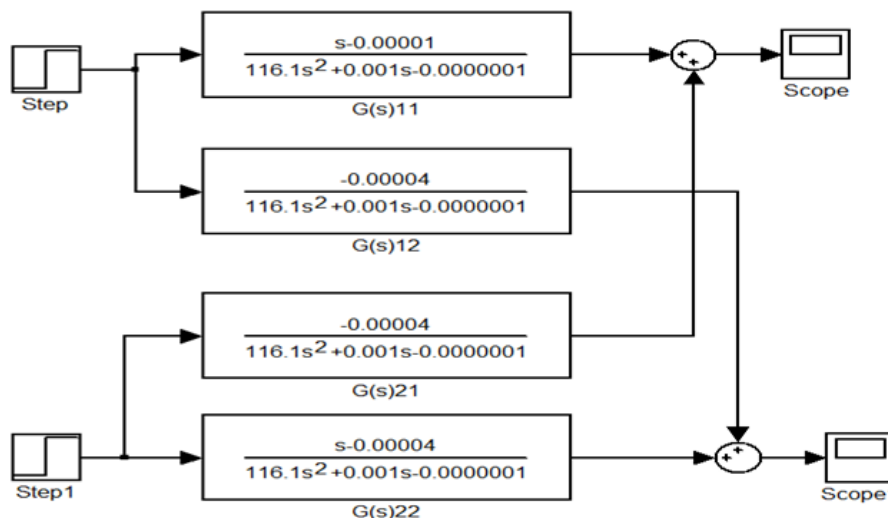
Berdasarkan nilai parameter diatas, maka diperoleh

$$R_1 = \frac{h_1 - h_2}{q_1} = \frac{3 \text{ m} - 3.2 \text{ m}}{0.001 \text{ m}^3/\text{s}} = -200 \text{ s/m}^2$$

dan

$$R_2 = \frac{h_2}{q_2} = \frac{3.2 \text{ m}}{0.01 \text{ m}^3/\text{s}} = 320 \text{ s/m}^2$$

Karena nilai-nilai parameter telah diketahui, kemudian nilai parameter dimasukkan kedalam Persamaan 3 sampai 7. Sehingga persamaan fungsi alihnya menjadi seperti yang diperlihatkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Blok diagram loop terbuka pada sistem permukaan cairan 2 input

Decoupler

Decoupler dirancang untuk mengkompensasi interaksi proses yang tidak

diinginkan. Untuk mendapatkan persamaan pada tiap decoupler maka dilakukan analisa terpisah pada tiap input dan output.

Tujuan *deucopling* adalah untuk memutuskan / menghilangkan sifat interaksi antar loop pada sistem MIMO. Karena pada sistem ini menggunakan metode *Root Locus* untuk merancang sistem kendali, yang mana pada metode ini bekerja pada sistem SISO, maka interaksi pada sistem MIMO ini harus diputuskan agar menjadi sistem SISO.

Untuk menjadikan sistem ini menjadi 2 buah sistem SISO, perlu adanya fungsi alih decoupler. Dari blok diagram diatas dapat dilihat, Qi2 mempengaruhi H1 dan Qi1 mempengaruhi H2 melalui persamaan berikut akan diperoleh fungsi alih *decoupler*.

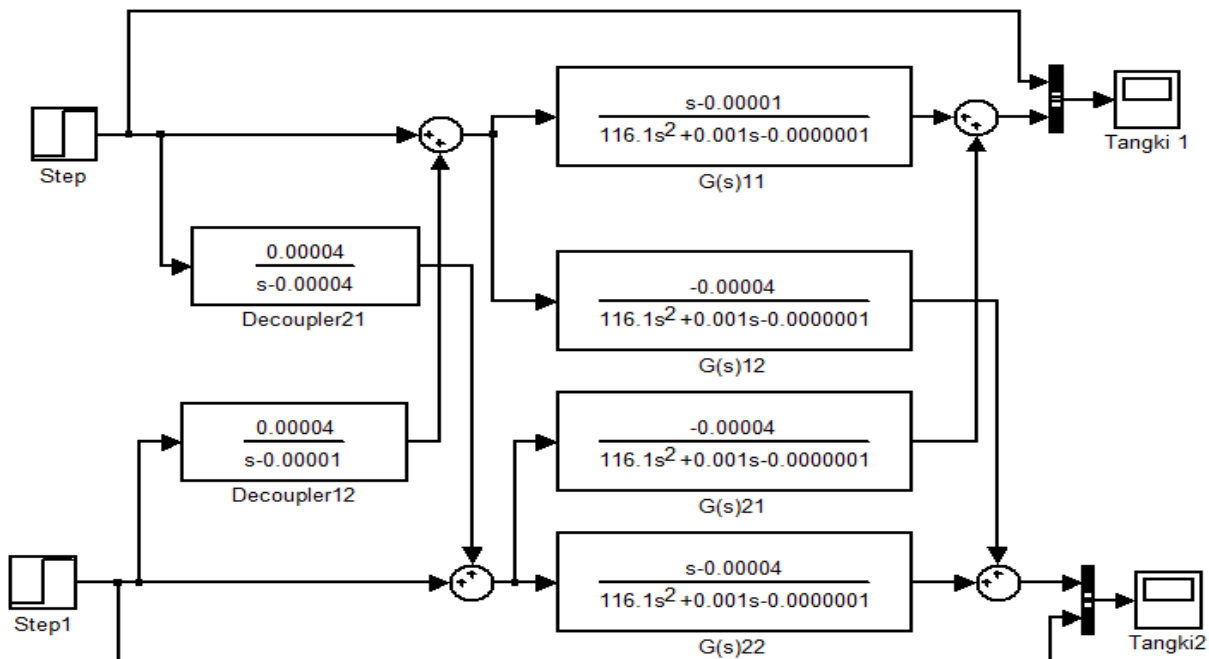
$$H_1(s) = (D_{12}(s)G_{11}(s) + G_{21}(s))Q_{i2} \quad (29)$$

$$H_2(s) = (D_{21}(s)G_{22}(s) + G_{12}(s))Q_{i1} \quad (30)$$

$$D_{12} = -\frac{G(s)_{21}}{G(s)_{11}} = \frac{0.00004}{s-0.00001} \quad (31)$$

$$D_{21} = -\frac{G(s)_{12}}{G(s)_{22}} = \frac{0.00004}{s-0.00001} \quad (32)$$

Serta penggambaran blok diagramnya dengan simulink diperlihatkan pada gambar blok diagram berikut



Gambar 7. Blok diagram loop terbuka pada sisem permukaan cairan 2 input dengan *decoupler*

Perhitungan untuk sistem SISO

Untuk memperoleh fungsi alih untuk tangki 1 dan 2 dalam bentuk sistem SISO, maka perlu dilakukan perhitungan berdasarkan fungsi alih-fungsi alih yang terdapat pada Gambar 3.7 yang

berbentuk blok-blok diagram. Dimana perhitungan untuk memperoleh sistem SISO untuk tangki 1 dan 2 adalah sebagai berikut:

Tangki-1:

$$D_{12}G(s)_{12} + G(s)_{22} = G(s)1 \quad (33)$$

$$GG(s)1 = \frac{116.1s^4 - 4.8 \times 10^{-3}s^3 - 2.896 \times 10^{-7}s^2 + 3.8 \times 10^{-12}s + 1.2 \times 10^{-16}}{13480s^5 + 0.0974s^4 - 2.5 \times 10^{-5}s^3 - 2.22 \times 10^{-11}s^2 + 1.2 \times 10^{-14}s - 10^{-19}} \quad (34)$$

Tangki-2:

$$D_{21}G(s)_{21} + G(s)_{11} = G(s)2 \quad (35)$$

$$GG(s)2 = \frac{116.1s^4 - 0.0048s^3 - 2.896 \times 10^{-7}s^2 + 3.8 \times 10^{-12}s + 1.2 \times 10^{-17}}{13480s^5 - 0.3065s^4 - 3.15 \times 10^{-5}s^3 + 7 \times 10^{-10}s^2 + 1.8 \times 10^{-14}s - 4 \times 10^{-19}} \quad (36)$$

Penentuan parameter PID

Untuk mendapatkan nilai-nilai dari parameter kontroler, harus ditentukan dahulu

spesifikasi desain sistem yang diinginkan sehingga nilai pole simpul tertutup (dimisalkan = s_1) yang berkesesuaian dapat dicari. Nilai

pole tersebut dimasukkan pada persamaan sehingga didapatkan parameter Kp, Ki, dan Kd. Karena kontroler PID menambah orde sistem, maka perlu diperiksa timbulnya pole-pole baru yang memungkinkan terjadinya ketidakstabilan sistem. Nilai parameter kontroler yang tidak menimbulkan ketidakstabilan sistem kemudian disimulasikan dengan MATLAB untuk diamati performansinya.

Sistem pengendalian ketinggian tangki 1

Sistem pengendalian ketinggian pada tangki 1 diinginkan keadaan mantap mencapai waktu

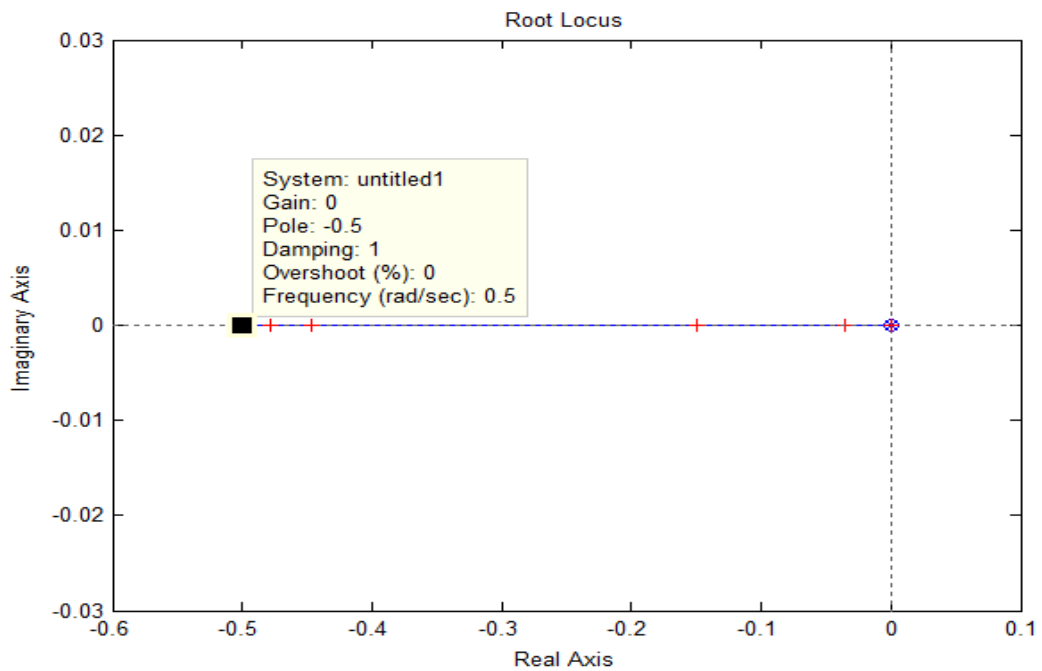
10 detik dengan *setpoint* 3 meter, dengan menganggap bahwa keadaan mantap terjadi setelah 5 kali konstanta waktu, didapat $T = 10/5 = 2$ detik. Nilai pole yang berkesesuaian adalah $s_1 = -1/T = -1/2 = -0.5$. Dengan memasukkan nilai s_1 pada persamaan karakteristik yang didapat dan memvariasikan nilai Ki dan Kd. Sehingga diperoleh

$$K_p = \frac{-210.622}{-3.63} = 58.02$$

Karena nilai $s = -0.5$, maka nilai $K_p = 58.02$.

Tabel 1. Kontroler PID untuk tangki 1

No	Kp	Ki	Kd	Pole1	Pole2	Pole3	Pole4	Pole5	Pole6
1	58.02	0	0	0	-0.4998	0.0001	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	58.22	0.1	0	-0.4997	-0.0017	0.0001	0.0000	-0.0000	-0.0000
3	58.27	0	0.5	0	-0.4998	0.0001	0.0000	-0.0000	-0.0000
4	58.72	0.1	1	-0.4998	-0.0017	0.0001	0.0000	-0.0000	-0.0000
5	58.77	0	1.5	0	-0.4998	0.0001	0.0000	-0.0000	-0.0000
6	58.97	0.1	1.5	-0.4998	-0.0017	0.0001	0.0000	-0.0000	-0.0000



Gambar 8. Root locus pada tangki 1 dengan $K_p = 58.02$

Dari Tabel 1, hasil gambar *root locus* dapat dilihat pada Gambar 8, di mana ditunjukkan kawasan *root locus* pada bidang s tangki-1. Titik merah pada Gambar 8 menunjukkan bahwa titik tersebut berada pada kawasan *root locus*.

Sistem pengendalian ketinggian tangki 2

Pada tangki 2 diinginkan keadaan mantap tercapai dalam waktu 8 detik dengan *setpoint* 3.2 meter, dengan menganggap bahwa

keadaan mantap terjadi setelah 5 kali konstanta waktu. Sehingga didapat $T = 8/5 = 1.6$ detik atau pole pada $s_1 = -1/1.6 = -0.625$. Dengan memasukkan nilai s_1 pada persamaan dan memvariasikan nilai Ki dan Kd. Sehingga diperoleh

$$K_p = \frac{-803.5}{-11.073} = 72.56$$

Karena nilai -0.625 , maka nilai $K_p = 72.56$.

Tabel 3.2 Kontroler PID untuk tangki 2

No	Kp	Ki	Kd	Pole1	Pole2	Pole3	Pole4	Pole5	Pole6
1	72.56	0	0	0	-0.625	0.0001	0.00	-0.00	-0.00
2	72.72	0.1	0	-0.625	-0.0014	0.0001	0.00	-0.00	-0.00
3	74.16	1	0	-0.625	-0.0138	0.0001	0.00	-0.00	-0.00
4	74.48	1	0.5	-0.625	-0.0137	0.0001	0.000	-0.000	-0.000
5	75.7	0	5	0	-0.6251	0.0001	0.00	-0.00	-0.00
6	75.85	0.1	5	-0.625	-0.0013	0.0001	0.00	-0.00	-0.00

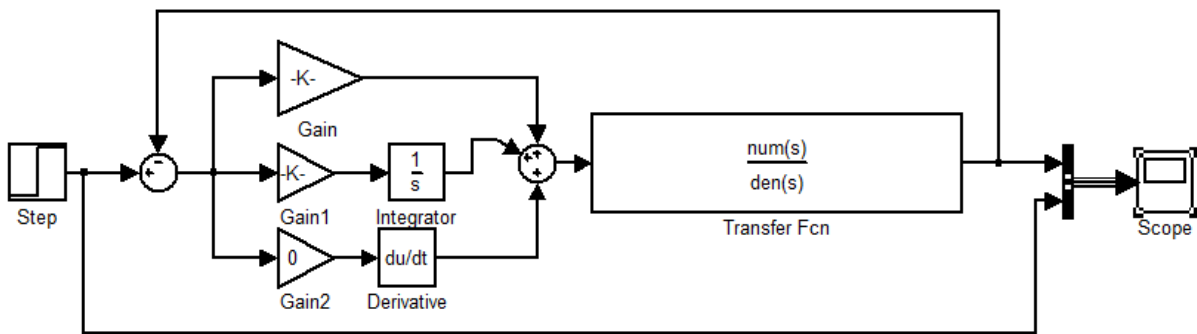
3. Pengujian dan Analisis

Pengujian sistem kendali PID pada tinggi permukaan cairan

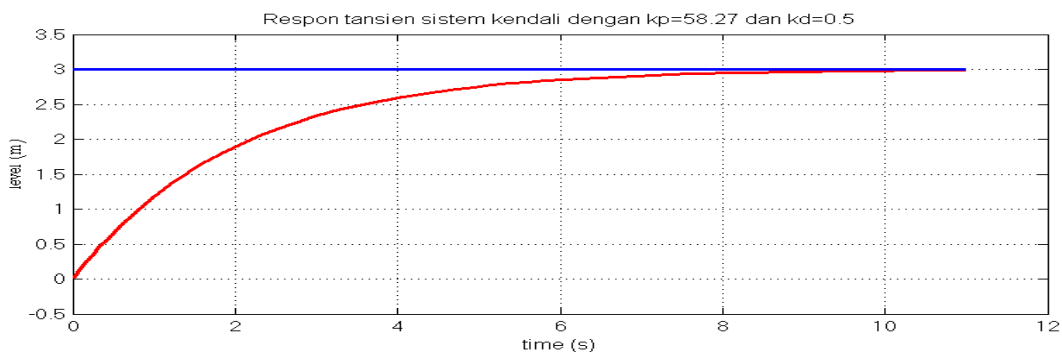
Berdasarkan pada Gambar 5, sistem kendali untuk tinggi permukaan cairan pada tangki 1 dan 2 ditentukan dengan cara perhitungan yang tertera pada Subbab 3.6.1 dan untuk pengujian kestabilan sistem kendali tinggi permukaan cairan pada tangki 1 dan 2 ditentukan dengan penempatan akar-akar dan respon transien.

Berikut adalah blok diagram sistem kendali PID untuk tinggi permukaan cairan pada tangki 1 dan 2.

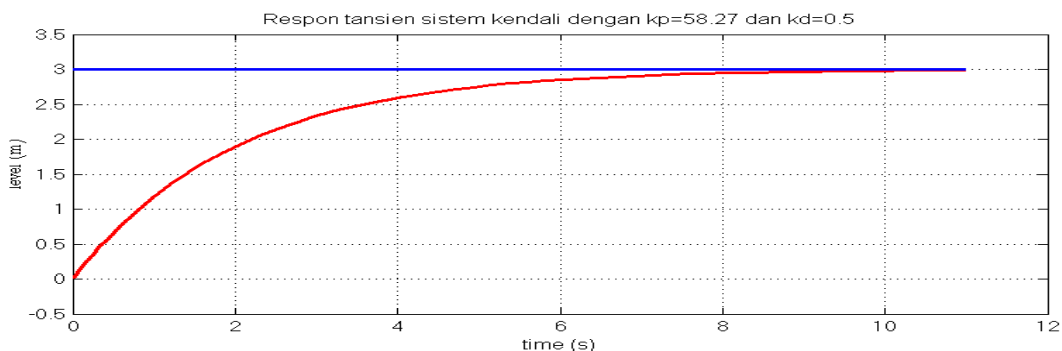
Berdasarkan nilai parameter kontroler PID yang telah didapat pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa semua sistem stabil karena tidak ada pole yang terletak di sebelah kanan bidang s, dan untuk pembuktian bahwa sistem stabil dapat dilihat pada hasil respon transien pada Gambar 10 dan 11.



Gambar 9. Blok diagram kontroler PID untuk tinggi permukaan cairan



Gambar 11. Respon transien sistem kendali dengan kp=58.27 dan kd=0.5



Gambar 12. Respon transien sistem kendali dengan kp=75.85, ki=0.1, kd=5

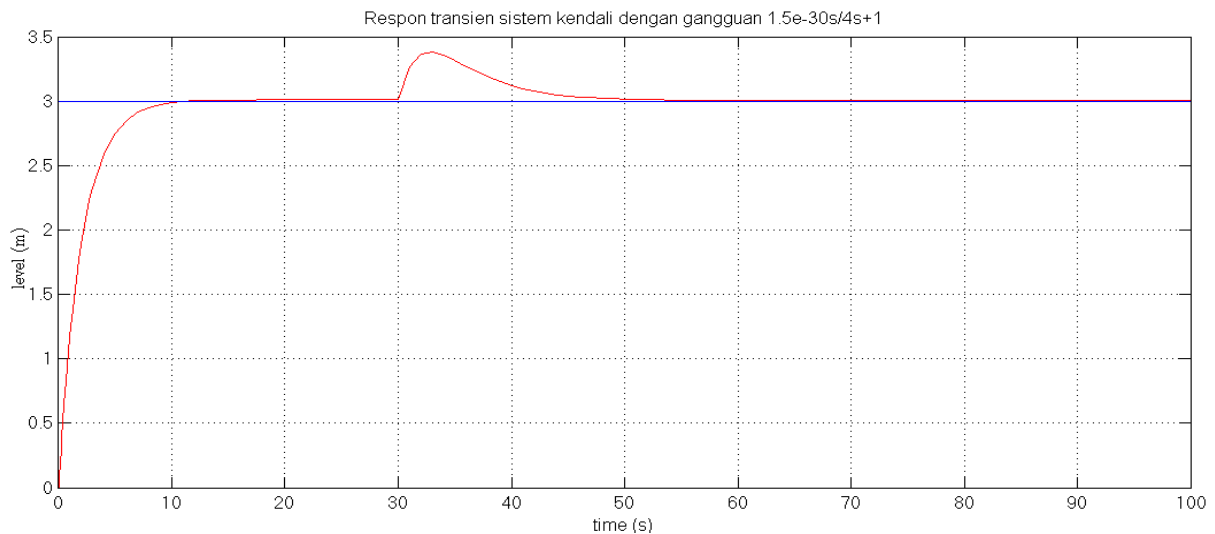
Dari hasil respon yang ditunjukkan pada Gambar 11 dan 12 terlihat bahwa sistem bergerak menuju keadaan mantap dengan set poin 3 m, dan mencapai *settling time* pada waktu 7.4 detik. Sehingga sistem dikatakan stabil *steady state*. Serta respon diatas memperlihatkan tidak adanya *overshoot*. Karena *settling time*-nya < 8 detik, maka sistem tidak memenuhi spesifikasi desain.

Pengujian sistem kendali pada tinggi permukaan cairan dengan gangguan

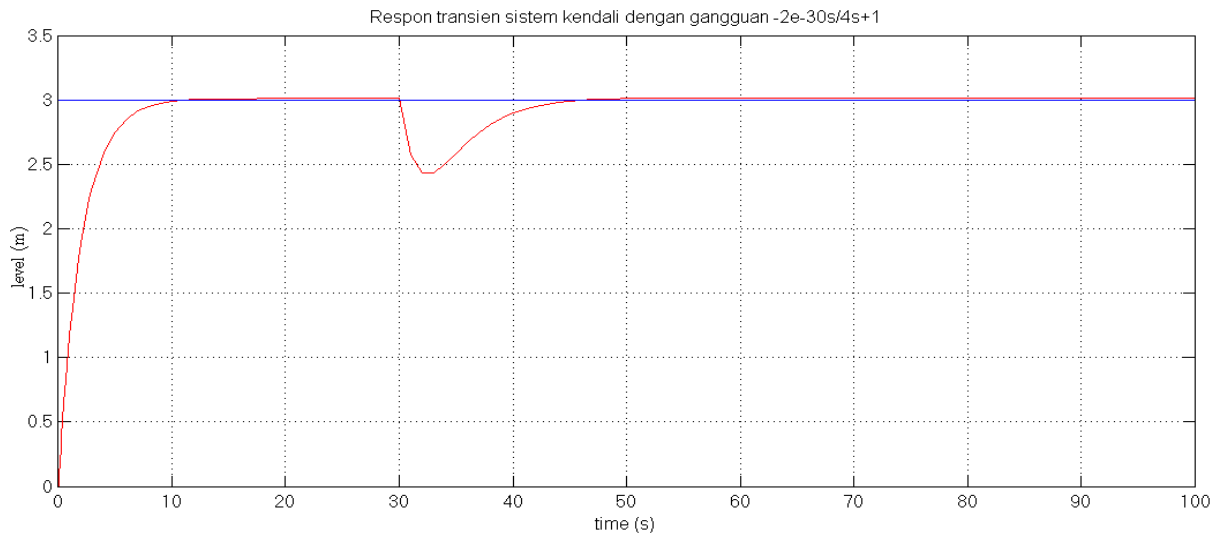
Untuk pengujian sistem kendali dengan pemberian gangguan, dilakukan dengan bervariasi tinggi permukaan cairan yang berupa fungsi alih.

Tangki 1

Untuk tangki 1, pengujian gangguan diberikan berupa variasi tinggi permukaan cairan yaitu tinggi permukaan cairan melebihi tinggi *setpoint* (sp) dan di bawah tinggi *setpoint* (sp).



Gambar 13. Respon sistem pengendalian tinggi permukaan cairan dengan gangguan $\left(\frac{1.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$



Gambar 14. Respon sistem pengendalian tinggi permukaan cairan dengan gangguan $\left(\frac{-2e^{-30s}}{3s+1}\right)$

Pengujian sistem kendali dengan gangguan $\left(\frac{1.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$

Dari hasil respon yang ditunjukkan pada Gambar 13 terlihat bahwa, pada awalnya output respon mencapai keadaan tunak pada waktu 10 detik dengan set poin 3 m, kemudian output

respon bergerak stabil sampai pada waktu 30 detik, dan ketika mencapai waktu 30 detik output respon mengalami gangguan sehingga output respon bergerak naik melewati nilai set point sampai mencapai 3.4 meter, dan beberapa selang waktu kemudian output respon kembali stabil pada waktu 50 detik. Sehingga dapat

disimpulkan bahwa sitem stabil, walau diberi gangguan penguat (+).

Pengujian sistem kendali dengan gangguan

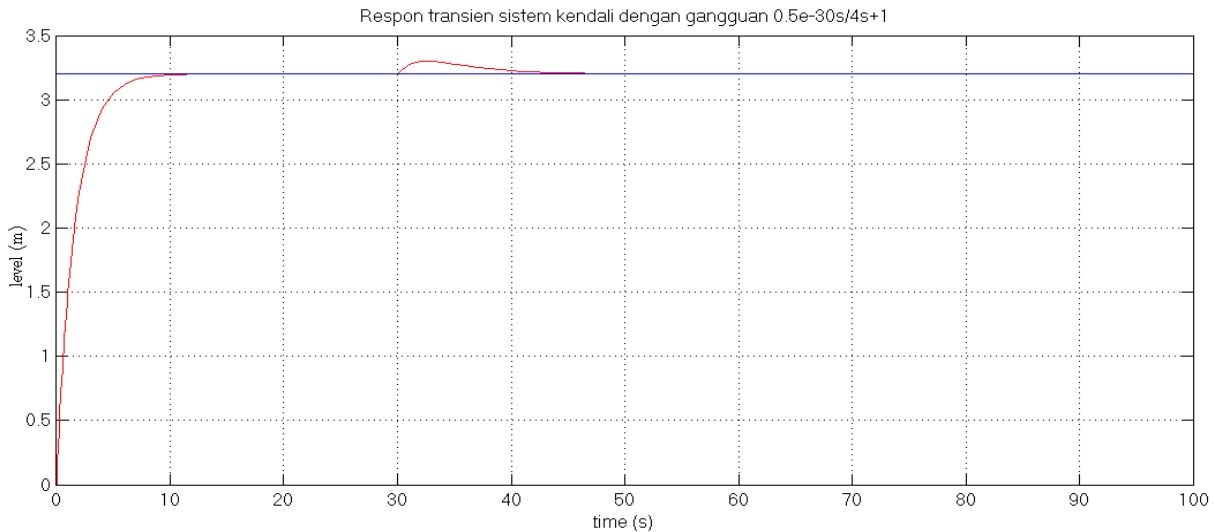
$$\left(\frac{-2e^{-30s}}{3s+1}\right)$$

Dari hasil respon yang ditunjukkan pada Gambar 14 terlihat bahwa, pada awalnya output respon mencapai keadaan tunak pada waktu 10 detik dengan set poin 3 m, kemudian output respon bergerak stabil sampai pada waktu 30 detik, dan ketika mencapai waktu 30 detik output respon mengalami gangguan sehingga

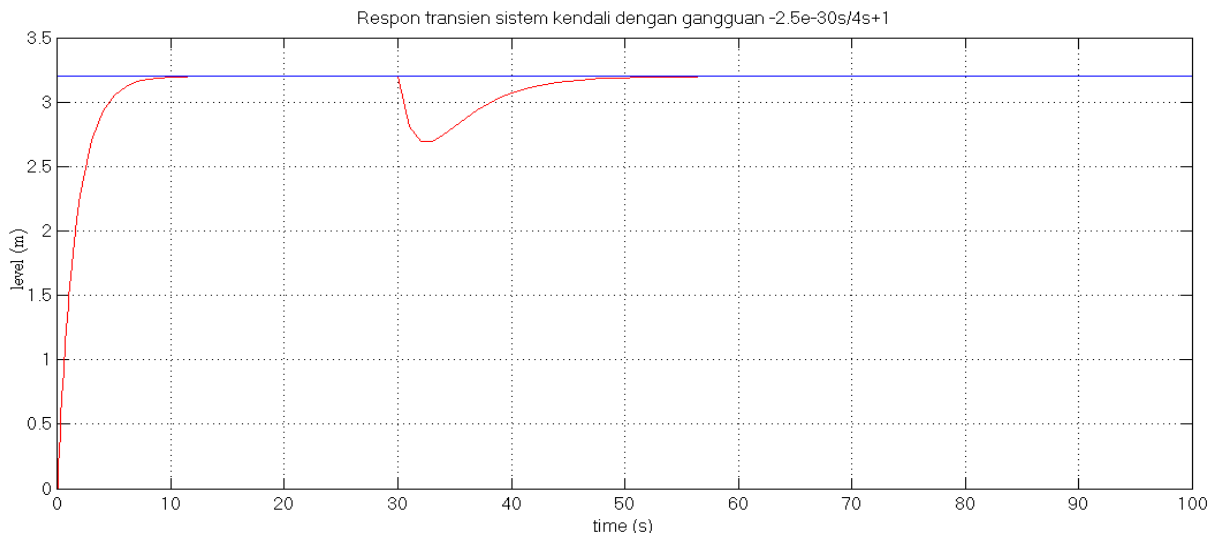
output respon bergerak turun dari nilai set point pada ketinggian 2.4 meter, dan beberapa selang waktu kemudian output respon kembali stabil pada waktu 44 detik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sitem stabil, walau diberi gangguan penguat (-).

Tangki 2

Sama halnya dengan tangki 1, untuk tangki 2, pengujian gangguan juga diberikan berupa variasi tinggi permukaan cairan.



Gambar 15. Respon sistem pengendalian tinggi permukaan cairan dengan gangguan $\left(\frac{1.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$



Gambar 16. Respon sistem pengendalian tinggi permukaan cairan dengan gangguan $\left(\frac{-2e^{-30s}}{3s+1}\right)$

Pengujian sistem kendali dengan gangguan

$$\left(\frac{0.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$$

Dari hasil respon yang ditunjukkan pada Gambar 15 terlihat bahwa, pada awalnya output respon mencapai keadaan tunak pada waktu 8 detik dengan set poin 3.2 m, kemudian output respon bergerak stabil sampai pada waktu 30

detik, dan ketika mencapai waktu 30 detik output respon mengalami gangguan sehingga output respon bergerak naik melewati nilai set point sampai mencapai 3.3 meter, dan beberapa selang waktu kemudian output respon kembali stabil pada waktu 43 detik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sitem stabil, walau diberi gangguan penguat (+).

Pengujian sistem kendali dengan gangguan

$$\left(\frac{-2.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$$

Dari hasil respon yang ditunjukkan pada Gambar 16 terlihat bahwa, pada awalnya output respon mencapai keadaan tunak pada waktu 10 detik dengan set poin 3.2 m, kemudian output respon bergerak stabil sampai pada waktu 30 detik, dan ketika mencapai waktu 30 detik output respon mengalami gangguan sehingga output respon bergerak turun dari nilai set point sampai mencapai 2.7 meter, dan beberapa selang waktu kemudian output respon kembali stabil pada waktu 48.5 detik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem stabil, walau diberi gangguan penguat (-).

4. Simpulan

Dari hasil pengujian dan analisis, dapat disimpulkan bahwa:

1. Kendali PD pada Perancangan sistem kendali PID dengan metode *root locus*, mampu menstabilkan tinggi permukaan cairan pada waktu 10 dan 8 detik untuk tangki 1 dan 2, juga sesuai dengan spesifikasi desain kontrol yang diinginkan, yaitu 10 detik untuk pada tangki 1 dengan parameter $K_p=58.27$, $K_d=0.5$ dan 8 detik untuk tangki 2 dengan parameter $K_p=75.7$, $K_d=5$.
2. Dengan pemberian parameter $K_p=58.27$, $K_d=0.5$ untuk tinggi permukaan cairan pada tangki 1 dan $K_p=75.7$, $K_d=5$ untuk tinggi permukaan cairan pada tangki 2, menjadikan sistem kembali stabil dengan sempurna walau diberi gangguan berupa variasi tinggi permukaan cairan pada plant yaitu tinggi permukaan cairan melebihi tinggi setpoint $\left(\frac{1.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$ untuk tangki 1, $\left(\frac{0.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$ untuk tangki 2 dan tinggi permukaan cairan dibawah tinggi setpoint $\left(\frac{-2e^{-30s}}{3s+1}\right)$ untuk tangki 1 dan $\left(\frac{-2.5e^{-30s}}{4s+1}\right)$ untuk tangki 2.

Berdasarkan hasil yang didapat, disarankan agar kedepannya sistem kendali tinggi permukaan cairan dapat dikembangkan menjadi sebuah sistem yang berbasis PLC dan dapat ditampilkan di SCADA.

Ucapan Terima Kasih

Terima kasih diucapkan kepada Staf Jurusan Teknik Mesin Universitas Almuslim Bireun Aceh yang telah memberikan kontribusi sehingga artikel dapat diselesaikan

Referensi

- [1] K. Ogata, 1996. "Teknik Kontrol Automatik", terjemahan Edi Laksono. Ed.ke-2 jilid 1. Jakarta: Erlangga
- [2] B. C. Kuo, 1998. "Teknik Kontrol Automatik." Jild 1. Jakarta: PT Prenallindo
- [3] M. Kamal, 2010. "Modul Ajar Dasar Sistem Kendali." (Bahan yang digunakan untuk Program Studi Instrumentasi dan Otomasi Industri Jurusan teknik Elektro PNL). Buket Rata
- [4] S. Pakpahan, 1994. "KONTROL OTOMATIK, Teori dan Penerapan." Cet.ke-2. Jakarta: Erlangga
- [5] C. L. Philips, and D. H. Royce, 1996. "Dasar-Dasar Sistem Kontrol." Jakarta: PT Prenhallindo
- [6] M. Tirono dan N. Nayiroh, 2008. "Pemodelan dan Pembuatan Simulasi Kestabilan Respon Transien Motor DC menggunakan Graphical User Interface (GUI) pada Matlab," Jurnal Neutrino, Vol.1.No.1, UIN Malang
- [7] W. Kurniawan. 2009. "Pengendalian Suhu Dan Ketinggian Air Pada Boiler Menggunakan Kendali PID dengan Metode Root Locus." Teknik Elektro Universitas Brawijaya Malang. diakses 25 november 2013. Dari <http://jurnaleeccis.ub.ac.id/index.php/eccis/article/download/134/131>.